

Q.01

- a) Expresse $\sin 3\alpha$ em função de $\sin \alpha$.
- b) Resolva a inequação $\sin 3\alpha > 2\sin \alpha$ para $0 < \alpha < \pi$.

Q.02

$P(x)$ é um polinômio de grau ≥ 2 e tal que $P(1)=2$ e $P(2)=1$.
Sejam $D(x)=(x-2)(x-1)$ e $Q(x)$ o quociente da divisão de $P(x)$ por $D(x)$.

- a) Determine o resto da divisão de $P(x)$ por $D(x)$.
- b) Sabendo que o termo independente de $P(x)$ é igual a 8, determine o termo independente de $Q(x)$.

Q.03

500 moedas são distribuídas entre três pessoas A , B e C , sentadas em círculo, da seguinte maneira: A recebe uma moeda, B duas, C três, A quatro, B cinco, C seis, A sete, e assim por diante, até não haver mais moedas suficientes para continuar o processo. A pessoa seguinte, então, receberá as moedas restantes.

- a) Quantas foram as moedas restantes e quem as recebeu? (Deixe explícito como você obteve a resposta.)
- b) Quantas moedas recebeu cada uma das três pessoas?

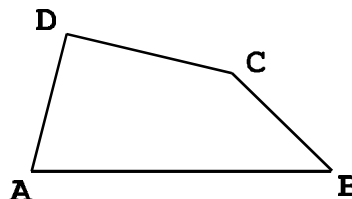
Q.04

Considere um ângulo reto de vértice V e a bissetriz desse ângulo. Uma circunferência de raio 1 tem o seu centro C nessa bissetriz e $VC = x$.

- a) Para que valores de x a circunferência intercepta os lados do ângulo em exatamente 4 pontos?
- b) Para que valores de x a circunferência intercepta os lados do ângulo em exatamente 2 pontos?

Q.05

No quadrilátero $ABCD$, temos $AD = BC = 2$ e o prolongamento desses lados forma um ângulo de 60° .



- a) Indicando por \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} e \bar{D} , respectivamente, as medidas dos ângulos internos do quadrilátero de vértices A , B , C e D , calcule $\bar{A} + \bar{B}$ e $\bar{C} + \bar{D}$.
- b) Sejam J o ponto médio de \overline{DC} , M o ponto médio de \overline{AC} e N o ponto médio de \overline{BD} . Calcule JM e JN .
- c) Calcule a medida do ângulo $\overline{M\hat{A}N}$.

Q.06

Numa classe com vinte alunos as notas do exame final podiam variar de 0 a 100 e a nota mínima para aprovação era 70. Realizado o exame, verificou-se que oito alunos foram reprovados. A média aritmética das notas desses oito alunos foi 65, enquanto que a média dos aprovados foi 77.

Após a divulgação dos resultados, o professor verificou que uma questão havia sido mal formulada e decidiu atribuir 5 pontos a mais para todos os alunos. Com essa decisão, a média dos aprovados passou a ser 80 e a dos reprovados 68,8.

- a) Calcule a média aritmética das notas da classe toda antes da atribuição dos cinco pontos extras.
- b) Com a atribuição dos cinco pontos extras, quantos alunos, inicialmente reprovados, atingiram nota para aprovação?

Q.07

Um quadrado está inscrito numa circunferência de centro $(1, 2)$. Um dos vértices do quadrado é o ponto $(-3, -1)$. Determine os outros três vértices do quadrado.

Q.08

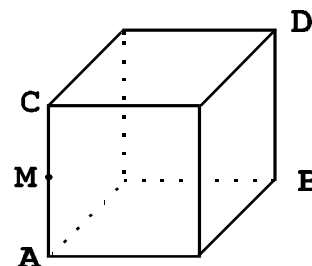
Num torneio de tennis, no qual todas as partidas são eliminatórias, estão inscritos 8 jogadores. Para definir a primeira rodada do torneio realiza-se um sorteio casual que divide os 8 jogadores em 4 grupos de 2 jogadores cada um.

- De quantas maneiras diferentes pode ser constituída a tabela de jogos da primeira rodada?
- No torneio estão inscritos quatro amigos A, B, C e D. Nenhum deles gostaria de enfrentar um dos outros logo na primeira rodada do torneio. Qual é a probabilidade de que esse desejo seja satisfeito?
- Sabendo que pelo menos um dos jogos da primeira rodada envolve 2 dos 4 amigos, qual é a probabilidade condicional de que A e B se enfrentem na primeira rodada?

Q.09

No cubo de aresta 1, considere as arestas \overline{AC} e \overline{BD} e o ponto médio, M , de \overline{AC} .

- Determine o cosseno do ângulo \widehat{BAD} .
- Determine o cosseno do ângulo \widehat{BMD} .
- Qual dos ângulos, \widehat{BAD} ou \widehat{BMD} , é o maior? Justifique.



Q.10

- Dadas as retas paralelas r e s e um ponto A em r , construa um triângulo equilátero com um vértice em A , outro vértice em r e o terceiro vértice em s .



- Descreva e justifique as construções feitas.