

Q.01

Ache todas as soluções da equação

$$\sin^3 x \cos x - 3 \sin x \cos^3 x = 0$$

no intervalo $[0, 2\pi)$.

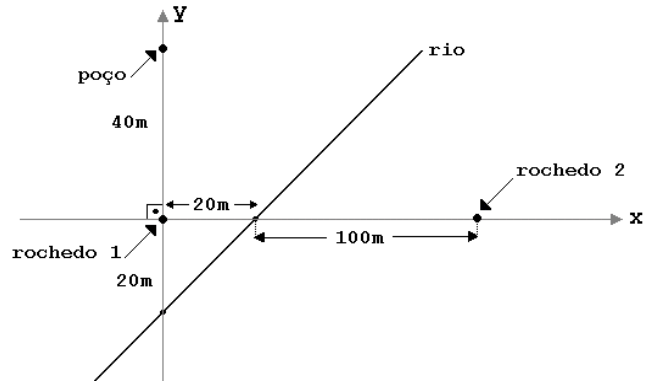
Q.02

Um jogo eletrônico funciona da seguinte maneira: no início de uma série de partidas, a máquina atribui ao jogador P pontos; em cada partida, o jogador ganha ou perde a metade dos pontos que tem no início da partida.

- a) Se uma pessoa jogar uma série de duas partidas nas quais ela ganha uma e perde outra, quantos pontos terá ao final?
- b) Se uma pessoa jogar uma série de quatro partidas nas quais ela perde duas vezes e ganha duas vezes, quantos pontos terá ao final?
- c) Se uma pessoa jogar uma série de sete partidas, qual o menor número de vitórias que ela precisará obter para terminar com mais que P pontos?

Q.03

Um pirata enterrou um tesouro numa ilha e deixou um mapa com as seguintes indicações: o tesouro está enterrado num ponto da linha reta entre os dois rochedos; está a mais de 50 m do poço e a menos de 20 m do rio (cujo leito é reto).



- Descreva, usando equações e inequações, as indicações deixadas pelo pirata, utilizando para isto o sistema de coordenadas mostrado na figura.
- Determine o menor intervalo ao qual pertence a coordenada x do ponto $(x,0)$ onde o tesouro está enterrado.

Q.04

A reta r tem equação $2x + y = 3$ e intercepta o eixo x no ponto A . A reta s passa pelo ponto $P = (1,2)$ e é perpendicular a r . Sendo B e C os pontos onde s intercepta o eixo x e a reta r , respectivamente,

- determine a equação de s .
- calcule a área do triângulo ABC .

Q.05

Considere o sistema linear nas incógnitas x, y, z, w :

$$\begin{cases} 2x + my = -2 \\ x + y = -1 \\ y + (m - 1)z + 2w = 2 \\ z - w = 1 \end{cases}$$

- Para que valores de m , o sistema tem uma única solução?
- Para que valores de m , o sistema não tem solução?
- Para $m = 2$, calcule o valor de $2x + y - z - 2w$.

Q.06

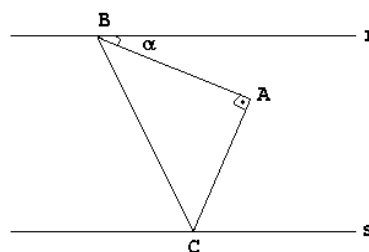
Considere a função $f(x) = 2 \log_a(x^2 + 1) - 4 \log_a x$, com $a > 1$, definida para $x > 0$.

- Determine $g(x)$ tal que $f(x) = \log_a g(x)$, onde g é um quociente de dois polinômios.

- Calcule o valor de $f(x)$ para $x = \frac{1}{\sqrt{a^2 - 1}}$.

Q.07

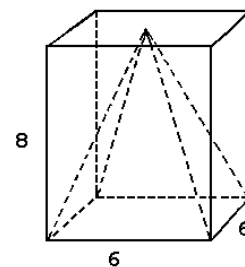
As retas r e s são paralelas e A é um ponto entre elas que dista 1 de r e 2 de s . Considere um ângulo reto, de vértice em A , cujos lados interceptam r e s nos pontos B e C , respectivamente. O ângulo agudo entre o segmento \overline{AB} e a reta r mede α .



- Calcule a área do triângulo ABC em função do ângulo α .
- Para que valor de α a área do triângulo ABC é mínima?

Q.08

Considere uma caixa sem tampa com a forma de um paralelepípedo reto de altura 8 m e base quadrada de lado 6 m. Apoiada na base, encontra-se uma pirâmide sólida reta de altura 8 m e base quadrada com lado 6 m. O espaço interior à caixa e exterior à pirâmide é preenchido com água, até uma altura h , a partir da base ($h \leq 8$). Determine o volume da água para um valor arbitrário de h , $0 \leq h \leq 8$.



Q.09

Seja (a_n) uma progressão geométrica de primeiro termo $a_1 = 1$ e razão q^2 , onde q é um número inteiro maior que 1. Seja (b_n) uma progressão geométrica cuja razão é q . Sabe-se que $a_{11} = b_{17}$. Neste caso:

- Determine o primeiro termo b_1 em função de q .
- Existe algum valor de n para o qual $a_n = b_n$?
- Que condição n e m devem satisfazer para que $a_n = b_m$?

Q.10

- Construa, com régua e compasso, um trapézio $ABCD$, onde \overline{AB} seja paralelo a \overline{CD} , conhecendo-se os pontos A , M , N e I , que satisfazem as seguintes condições: M é o ponto médio do lado \overline{AD} , N é o ponto médio de \overline{BC} e I é o ponto de intersecção do segmento \overline{MN} com a reta que passa por B e é paralela a \overline{AD} .
- Descreva e justifique a construção feita.

